**뉴턴의 사과와 포물선 운동**

자유낙하 운동과 물체의 포물선 운동 관찰

2018-12967 컴퓨터공학부 박재문

1. **서론**

**1.1. 실험 목적**

뉴턴은 떨어지는 사과를 관찰하던 도중 중력을 생각해 내게 된다. 이번 실험을 통해 직선상에서 운동하는 물체와 이차원의 평면 상에서 운동하는 물체가 중력의 영향을 받아서 어떻게 이동하는 지 살펴보고, 물체에 부력이나, 마찰력과 같은 항력이 작용하면 물체의 운동이 어떻게 변하는지 살펴본다. 또, 물체의 질량에 따라 중력가속도가 어떤 영향을 받는지 살펴 본다.

**1.2. 배경 지식**

1.2.1. 중력 가속도[[1]](#footnote-1)

중력 가속도는 물리학에서 중력에 의해 운동하는 물체가 지니는 가속도이다. 좁은 의미로는 지구의 중력에 대한 중력 가속도를 의미 한다. 갈릴레오 갈릴레이에 의해 지구의 중력 가속도는 물체의 질량과 관계없이 대략 일정하다는 것이 밝혀졌고, 기호로는 보통 g로 나타낸다. 중력 가속도는 어떤 물체가 지구를 끌어당기는 중력을 통해 구할 수 있다.

(R : 지구의 반지름, M : 지구의 질량, m : 물체의 질량, G : 중력상수 6.67) 이 때 mg의 값은 물체의 무게와 같다. 지구의 반지름이 일정하지 않으므로 위 식에 의해 정확한 중력가속도는 위치마다 다르기에, 지오이드를 기준으로 한 값인 9.80665 를 표준 중력가속도 값으로 한다.

1.2.2. 뉴턴의 제2법칙[[2]](#footnote-2)

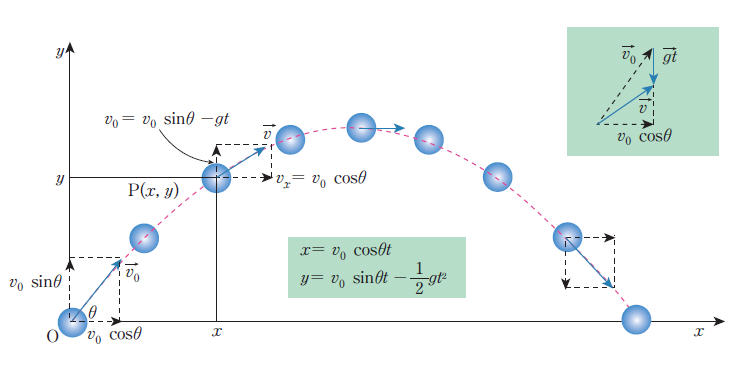
물체에 작용한 알짜힘은 물체의 질량과 가속도의 곱과 같고, 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

1.2.3. 포물선 운동

물체가 바닥과 각을 이룬 채 초기 속도 로 발사된다면, 초기속도의 수평 성분과 수직성분 는 다음과 같다.

포물선 운동에서 수직방향 운동과 수평방향 운동은 서로 독립이다. 물체가 수직방향으로 중력가속도 g를 받으면서 운동한다고 할 때, 물체의 속도의 수직성분과 수평성분 는 발사 후 t 초 후 다음과 같이 나타낸다.

여기서 볼 수 있듯, 포물선 운동하는 물체는 수평 방향으로는 등속도, 수직 방향으로는 등가속도 운동을 한다. 포물선 운동의 변위를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

물체는 일 때 최고점에 도달하고, 그 두 배인 일 때에 다시 바닥에 도달한다. 또 이때까지 물체가 수평 방향으로 등속도운동한 거리는 이다.

1.2.4. 항력[[3]](#footnote-3)

항력은 ‘물체가 유체 내를 움직일 때 이 움직임에 저항하는 힘’으로, 물체에 대한 항력은 항력 계수로 계산할 수 있다. 항력 계수가 상수라고 가정한다면, 일반적으로 항력은 물체의 속도의 제곱에 비례한다.

(D : 항력, C : 항력 계수, v : 유체에 대한 물체의 상대속력, : 유체의 밀도, S : 물체의 단면적)

1.2.5. 부력

부력은 물체에 중력이 작용할 때 유체 속에 있는 물체가 유체로부터 받는 중력과 반대 방향의 힘으로, 그 크기는 유체 속에 떠 있는 물체와 같은 부피의 그 유체의 무게와 같다. 가장 일반적으로 물체에 작용하는 부력의 공식은 다음과 같다.

( : 물체가 잠긴 유체의 밀도, V : 물체가 유체에 잠긴 부분의 부피, g : 중력 가속도)

**2. 본론**

**2.1. 뉴턴의 사과 실험**

2.1.1. 실험 방법

아무것도 매달지 않은 질량이 서로 다른 두 가지 공, 헬륨으로 채운 풍선이 달린 공, 공기로 채운 풍선이 달린 공을 각각 자유 낙하 시켜, 각자의 가속도값을 측정한다. 공기로 채운 풍선은 헬륨의 부력이 물체의 가속도에 주는 영향을 알아보기 위해 대조군으로 만들어서 실험하므로, 두 풍선은 들어있는 기체 외에는 (풍선의 크기 등) 조건이 최대한 동일하도록 만든다. 더 정확한 정보를 얻기 위해 각자 물체를 여러 번 낙하시켜 실험 데이터를 많이 얻어내어 평균값을 계산하고, 표준편차로 오차를 계산한다. 같은 실험을 반복할 때 한번에 여러 번 반복하지 말고, 한번 실험을 해 본 후 제대로 실험 결과가 나오는지 관찰, 계산 한 후 실험을 몇 차례 더 반복한다.

2.1.2. 실험 결과

아래의 표 1은 각 실험을 3번씩 반복하여 y축을 수직방향 이동거리, x축을 걸린 시간으로 설정한 세 값의 그래프의 추세선 에서 임을 이용해, 를 절사하고 를 로 계산하여 측정된 각 세 개씩의 가속도값의 평균, 표준편차, 95%의 실제 값의 추정범위를 나타낸 것이다. 풍선 없이 7g 공의 낙하운동을 계산하는 경우 카메라가 공의 움직임을 감지하지 못하여, 여러 결과 중 유일하게 그럴듯하게 나온 측정값을 기록하였다.

표 1)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 낙하가속도 | 표준편차() | m1.96 |
| 풍선없는 30.5g 공 | 10.41(m/) | 0.62 | 9.19~11.62 |
| 풍선없는 7g 공 | 10.40 |  |  |
| 헬륨풍선이 달린 30.5g 공 | 6.38 | 0.42 | 5.55~7.20 |
| 공기풍선이 달린 30.5g 공 | 7.25 | 0.52 | 6.23~8.27 |

풍선 없이 낙하시킨 30.5g 공의 경우 추정 범위 내에 실제 중력가속도 값이 포함되어 있긴 하지만, 평균값은 이론값보다 높게 측정 되었다. 풍선을 달고 측정한 경우 공기를 채운 풍선을 매달고 낙하시킨 공이 그냥 공보다, 헬륨을 채운 풍선을 매달고 낙하시킨 공이 공기를 채운 풍선보다 가속이 느림을 볼 수 있다.

2.1.3. 오차 원인 분석

실험 결과를 확인하면 실험을 통해 얻은 중력 가속도값이 실제 중력 가속도값보다 크게 측정됨을 확인할 수 있다. 또한 같은 실험을 여러 번 반복하는 것임에도 표준편차가 제법 크게 나타남을 볼 수 있다. 이러한 오차가 어떤 이유로 생겨나는 것일지에 대해 생각해본다.

1. 실험 과정의 불균일성

이론상 같은 값을 얻어내려면 모든 조건이 항상 정확히 일치해야 한다. 하지만 실제 실험에서 항상 정확한 환경을 마련하는 것은 쉽지 않다. 공/풍선을 손에서 놓는 순간 손에 의해 공의 운동상태가 미세하게 변하는 것 등이 측정상 상이한 결과를 불러온다.

1. 측정의 부정확성

이번 실험을 분석하기 위한 프로그램인 I-Ca에서 가장 큰 문제점은 카메라가 정확히 한 순간 물체의 모습을 포착하지 못 한다는 것이다. 기록된 영상을 확인하면 물체가 잔상 형태로 포착되고, 물체의 속도가 빠를수록 이런 현상이 심해진다. 이 영상을 분석할 때 프로그램에서 물체의 잔상의 중간지점을 잡아 좌표를 확정하는데, 불확실한 형태의 물체와 배경을 구분하지 못하여 실제와 다른 값이 도출되기도 한다.

1. 계산 과정의 문제

가속도를 계산할 때 일차항을 절사하는 방식에서 오차가 발생한다. 당장 엑셀에서 절편 설정을 통해 상수항을 절사하는 과정에서도 평균값이 0.1~0.2가량 차이가 난다. 이론상 완벽한 자유낙하 운동에서는 추세선에 일차항과 상수항이 나타나지 않는다.

**2.2. 포물선 운동**

2.2.1. 실험 방법

수평면과 45도 각도를 이루는 발사 장치로 질량이 다른 두 가지 공을 각자 발사하여 포물선 운동의 궤적을 분석하고, 공의 질량이 실험 결과에 영향을 주는지 확인한다. 각 실험은 3번씩 반복하고, 15도, 30도, 60도, 75도 각도로 동일한 실험을 진행하여 위치의 수평성분, 수직성분이 어떻게 변하는지 관찰하고, 이를 통해 물체의 초기 속력과 가속도, 최고 도달 거리를 계산하여 이론값과 비교해 본다.

2.2.2. 실험 결과

표 2는 무게가 각각 6g, 7g인 두 공의 평균 수평속도 , 각각의 표준편차와 수직 운동의 값으로 계산한 중력 가속도 g, 초기 속도와 수평면 사이의 각도를 나타낸 것이다.

표 2)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | (m/s) | 표준편차( | (m/s) | 표준편차( | g (m/) | 각도( |
| 7g 30도 | 2.603 | 0.096 | 0.953 | 0.222 | 9.51 | 20.11 |
| 6g 30도 | 2.647 | 0.073 | 1.226 | 0.183 | 9.49 | 24.85 |
| 7g 45도 | 2.211 | 0.010 | 1.673 | 0.055 | 9.63 | 37.11 |
| 6g 45도 | 2.167 | 0.052 | 1.628 | 0.036 | 9.19 | 36.92 |
| 7g 60도 | 1.192 | 0.172 | 2.312 | 0.042 | 9.85 | 62.73 |
| 6g 60도 | 1.590 | 0.020 | 2.369 | 0.029 | 10.25 | 56.13 |
| 7g 75도 | 0.678 | 0.060 | 2.606 | 0.019 | 10.28 | 75.42 |
| 6g 75도 | 0.736 | 0.011 | 2.683 | 0.030 | 10.05 | 74.66 |

측정 결과를 봤을 때 물체의 수평 성분은 거의 등속 직선 운동을, 수직 성분은 중력 가속도에 의한 등가속도 운동을 하는 것처럼 관찰된다(실제 측정 자료는 부록으로 첨부할 예정이다). 수직 속도를 바탕으로 계산한 중력 가속도값의 전체 평균은 9.78215로, 이론값에 많이 근접해 있다. 하지만 초기 수직, 수평성분(수평성분은 등속도 운동을 한다는 가정 하에 평균속도를 초기속도로 가정한다)을 통해 초기 물체의 속도가 수평면과 이루는 각도는 각도가 낮아질수록 실제 값과 차이가 많이 나게 된다. 또한 발사장치가 물체를 발사하면서 물체에 전달하는 에너지의 양은 발사장치의 탄성퍼텐셜 에너지와 물체의 중력퍼텐셜 에너지의 합이지만 탄성퍼텐셜 에너지가 훨씬 크므로 (발사 장치 내에서 물체의 중력퍼텐셜 에너지 변화량은 작다) 사실상 거의 일정하기 때문에 6g 공의 속도가 약간 더 커야 하지만 실제로 그렇게 나타나진 않는다.

2.2.3. 오차 원인 분석

위의 뉴턴의 사과 실험에서 서술한 오차 원인 3가지 모두 이 실험에도 동일하게 적용된다. 특히 실험 과정의 불균일성의 경우 이 실험에 영향력이 더 크다. 같은 각도에서 같은 공을 장치에 넣고 발사하더라도 공이 날아가는 거리, 각도가 항상 다르다. 또한 발사 각도가 낮아질수록 공의 아랫부분의 수직항력이 증가함에 따라 장치에서 발사되는 동안 마찰력을 많이 받아, 궤도가 원했던 것보다 아래로 휘어지는 현상이 발생하게 된다. 이에 따라 발사 각도가 낮을수록 물체의 실제 초기 속도와 발사 방향의 차이가 커진다. 반대로 각도가 커질수록 받는 마찰력이 작아지기 때문에 발사각도와 속도가 유사해진다.

**3. 결론**

이 두 실험은 모두 중력과 깊은 연관성이 있다. 뉴턴의 사과 실험에서는 자유낙하 하는 물체가 중력에 의해 어떠한 운동을 하면서 낙하하게 되는지, 또 물체의 조건이 바뀌면 그것이 물체의 운동에 어떠한 영향을 주는지 관찰해 보았고, 포물선 운동 실험에서는 사선으로 발사된 물체의 운동을 수직, 수평 성분으로 나누어서 관찰해 보았을 때 각자 어떠한 운동을 하는지, 또한 물체가 발사되는 각도를 달리하거나 물체의 질량을 달리하면 물체의 운동이 어떻게 변할지 관찰해 보았다. 실제 실험한 결과 항력과 부력이 물체의 자유낙하 운동을 방해한다는 사실을 확인했고, 실험을 통해 측정한 중력 가속도 값 역시 전체적인 평균치는 이론값에 근접했다. 이를 통해 자유낙하운동을 하는 물체는 질량이 달라도 다른 조건이 동일하다면 중력가속도가 일정한 점, 포물선 운동을 하는 물체는 수평 방향으로는 등속도, 수직 방향으로는 등가속도 운동을 함을 보일 수 있었다. 하지만 실험 결과가 균일하게 나오지만은 않았고, 포물선 운동의 경우 발사되는 각도가 낮아질수록 발사한 각도보다 실제 초기 속도의 방향이 더 낮아지는 현상이 발견되었다. 이러한 오류의 원인으로는 같은 실험을 하더라도 정확히 동일한 환경을 다시 만들기는 힘든 점, 카메라로 측정을 하고 낙하 궤도를 분석하는 과정에서 오차가 생겼을 점, 실험 장치가 발사체에 영향을 주어 발사 각도가 변했을 점, 계산 과정에서 덜 중요한 값을 제외하고 계산함에 따라 약간의 오차가 생겼을 점을 짚었다. 그래도 실험을 진행하면서 실험장치에 익숙해 짐에 따라 오차는 조금씩은 줄여나갈 수 있었고, 이러한 경험들을 통해 추후에 하게 될 다른 물리 실험 시에 더 정확한 값을 측정하는 데에 도움을 얻을 수 있을 것이다.

\*참고 자료

-한국 위키백과 “중력 가속도”, “항력” (<https://ko.wikipedia.org/wiki/%EC%A4%91%EB%A0%A5_%EA%B0%80%EC%86%8D%EB%8F%84>, <https://ko.wikipedia.org/wiki/%ED%95%AD%EB%A0%A5> )

-David Halliday, 일반물리학 개정 10판 제 1권, 범한서적주식회사

-포물선운동 이미지 출처: 윤제한의 물리교실

(<http://yjh-phys.tistory.com/121>)

-실험 excel 그래프 데이터는 밑에 부록으로

*4. 부록(실험 데이터)*

\*본 데이터는 실험결과에 조작됨이 없음을 확인하기 위함.

1. 위키백과, ”중력 가속도”-(URL은 맨 뒤에 표시) [↑](#footnote-ref-1)
2. David Halliday, 일반물리학, 범한서적주식회사, 112쪽 [↑](#footnote-ref-2)
3. 위키백과, “항력” [↑](#footnote-ref-3)